

Sammanfattning

En differentialekvation innehåller en obekant funktion och en eller flera derivator till denna. Differentialekvationens lösning är en funktion.

3301

Differentialekvationen $\frac{dy}{dx} = -0,2y$ är given.

- a) Visa att $y = Ce^{-0,2x}$ är en lösning till differentialekvationen.
- b) Bestäm C så att villkoret $y(1) = 50$ är uppfyllt.

a) $y = Ce^{-0,2x}$ ger $\frac{dy}{dx} = -0,2 Ce^{-0,2x}$

$$VL = \frac{dy}{dx} = -0,2 Ce^{-0,2x} = -0,2y = HL$$

b) $y(1) = Ce^{-0,2 \cdot 1} = C \cdot e^{-0,2}$

Villkoret $y(1) = 50$ ger

$$C \cdot e^{-0,2} = 50, \text{ dvs } C = 50/e^{-0,2} \approx 61$$

3302 Visa att

a

a) $y = 5 \cdot e^{2x}$ är en lösning till differentialekvationen $y' - 2y = 0$

b) $y = 4 \cos x$ är en lösning till differentialekvationen $y'' + y = 0$.

3303 Ge ett exempel på en differentialekvation av andra ordningen.

3304 Visa att $y = A \cdot e^{kx}$

a) är en lösning till $\frac{dy}{dx} = ky$

b) uppfyller villkoret $y(0) = A$.

3305 Är $y = x \cdot e^x$ en lösning till differentialekvationen $y' - y = xy$? Motivera.

3306 Vi vet att $y = A \cdot e^{kx}$ är en lösning till

b

differentialekvationen $y' = -0,03y$ och att $y(0) = 12$.

Bestäm konstanterna A och k .

3307 Bestäm det positiva talet k så att

$y = \cos kx$ blir en lösning till

$$y'' + 9y = 0.$$

3308 För vilket eller vilka tal r är $y = e^{rx}$ en lösning till differentialekvationen $y'' + y' - 6y = 0$?

3309 Differentialekvationen $y'' + 4y = 0$ är given.

a) Visa att $y = A \cos 2x + B \sin 2x$ är en lösning.

Bestäm konstanterna A och B om

b) $y(0) = 0$ och $y(\pi/4) = 20$

c) $y(0) = 1$ och $y'(0) = -6$.

3310 Visa att $y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ är en lösning till

c

differentialekvationen $y' = y(1 - y)$

3311 a) Finn två olika lösningar till differentialekvationen $100y'' = y$

b) Visa att summan av dina två lösningar också är en lösning.